

Circuitos Lógicos

Aula 7

cruz@gta.ufrj.br <http://gta.ufrj.br/~cruz>

Na última aula

- Circuito somador
- Multiplexadores e demultiplexadores
- Codificadores e decodificadores
 - BCD para display 7 segmentos



Hoje

- Mapa de Karnaugh



**Lembrando do mesmo
exemplo de sempre...**



Voltando ao exemplo

Um prédio possui um sistema de combate a incêndios contendo um sensor de fumaça (F), um sensor de calor (C) e um de pane elétrica (E). Além disso, possui um sistema de jatos de água (J) e um sistema de alarme (A).

- Em caso de fumaça e calor, os jatos de água devem ser acionados;
- Em caso de calor, o alarme deve ser acionado;
- Em caso de fumaça, o alarme deve ser acionado;
- Em caso de pane elétrica, os jatos de água não podem ser acionados.



F	C	E	J	A
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1



Mintermos

- Produto de **todas** as variáveis de um problema
 - Variáveis podem estar na sua forma complementar
 - Variáveis aparecem exatamente uma vez
- Cada mintermo é associado a uma determinada configuração das variáveis
 - Mintermo será obrigatoriamente **1** na configuração
 - Mintermo será obrigatoriamente **0** nas outras

Expressão deve ser um OR dos mintermos pra todas as configurações de variáveis que dão 1



F	C	E	Mintermo
0	0	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
0	0	1	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot E$
0	1	0	$\bar{F} \cdot C \cdot \bar{E}$
0	1	1	$\bar{F} \cdot C \cdot E$
1	0	0	$F \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
1	0	1	$F \cdot \bar{C} \cdot E$
1	1	0	$F \cdot C \cdot \bar{E}$
1	1	1	$F \cdot C \cdot E$



Alarme



- Alame deve ser acionado nos casos:

- $\bar{F} \cdot C \cdot \bar{E}$
- $\bar{F} \cdot C \cdot E$
- $F \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
- $F \cdot \bar{C} \cdot E$
- $F \cdot C \cdot \bar{E}$
- $F \cdot C \cdot E$

- Expressão fica:

$$A = (\bar{F} \cdot C \cdot \bar{E}) + (\bar{F} \cdot C \cdot E) + (F \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}) + (F \cdot \bar{C} \cdot E) + (F \cdot C \cdot \bar{E}) + (F \cdot C \cdot E)$$

F	C	E	A	Mintermo
0	0	0	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
0	0	1	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot E$
0	1	0	1	$\bar{F} \cdot C \cdot \bar{E}$
0	1	1	1	$\bar{F} \cdot C \cdot E$
1	0	0	1	$F \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
1	0	1	1	$F \cdot \bar{C} \cdot E$
1	1	0	1	$F \cdot C \cdot \bar{E}$
1	1	1	1	$F \cdot C \cdot E$



Lembrando técnicas de simplificação



Simplificação de expressões

- Propriedade distributiva

$$A \cdot B + A \cdot C = A \cdot (B + C)$$

- Soma com o próprio inverso

$$\bar{A} + A = 1$$

- Multiplicação por 1

- $A \cdot 1 = A$

A e B podem ser expressões mais complexas!



Simplificação de expressões

- Propriedade distributiva

$$A \cdot B + A \cdot C = A \cdot (B + C)$$

$$S = \bar{A} \cdot B + A \cdot B$$

- Soma com o próprio inverso

$$\bar{A} + A = 1$$

$$S = B \cdot (A + \bar{A})$$

- Multiplicação por 1

- $A \cdot 1 = A$

$$S = B \cdot 1$$

$$S = B$$

A e B podem ser expressões mais complexas!



Resumo da história

$$\bar{A} \cdot B + A \cdot B = B$$

- Algumas somas podem ser facilmente simplificadas
 - Basta que mintermos tenham exatamente uma negação de diferença



Resumo da história

$$\bar{A} \cdot B + A \cdot B = B$$

- Algumas somas podem ser facilmente simplificadas
 - Basta que mintermos tenham exatamente uma negação de diferença



F	C	E	A	Mintermo
0	0	0	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
0	0	1	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot E$
0	1	0	1	$\bar{F} \cdot C \cdot \bar{E}$
0	1	1	1	$\bar{F} \cdot C \cdot E$
1	0	0	1	$F \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
1	0	1	1	$F \cdot \bar{C} \cdot E$
1	1	0	1	$F \cdot C \cdot \bar{E}$
1	1	1	1	$F \cdot C \cdot E$



Exemplo de simplificação



$$\begin{aligned}
 A = & \\
 & (\bar{F} \cdot C \cdot \bar{E}) + \left. \begin{array}{l} (\bar{F} \cdot C \cdot E) + \\ (F \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}) + \\ (F \cdot \bar{C} \cdot E) + \end{array} \right\} (\bar{F} \cdot C) \\
 & (F \cdot C \cdot \bar{E}) + \left. \begin{array}{l} (F \cdot \bar{C} \cdot E) + \\ (F \cdot C \cdot E) \end{array} \right\} (F \cdot C)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A = & (\bar{F} \cdot C) + \\
 & (F \cdot \bar{C}) + \left. \begin{array}{l} \\ \\ (F \cdot C) \end{array} \right\} F \\
 A = & (\bar{F} \cdot C) +
 \end{aligned}$$

F	C	E	A	Mintermo
0	0	0	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
0	0	1	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot E$
0	1	0	1	$\bar{F} \cdot C \cdot \bar{E}$
0	1	1	1	$\bar{F} \cdot C \cdot E$
1	0	0	1	$F \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
1	0	1	1	$F \cdot \bar{C} \cdot E$
1	1	0	1	$F \cdot C \cdot \bar{E}$
1	1	1	1	$F \cdot C \cdot E$



Exemplo de simplificação



$$A = \begin{aligned} &(\bar{F} \cdot C) + \\ &(F \cdot \bar{C}) + \\ &(F \cdot C) \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} &(\bar{F} \cdot C) + \\ &(F \cdot \bar{C}) + \\ &(F \cdot C) \end{aligned}} \right\} F$$

$$A = (\bar{F} \cdot C) + F$$

F	C	E	A	Mintermo
0	0	0	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
0	0	1	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot E$
0	1	0	1	$\bar{F} \cdot C \cdot \bar{E}$
0	1	1	1	$\bar{F} \cdot C \cdot E$
1	0	0	1	$F \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
1	0	1	1	$F \cdot \bar{C} \cdot E$
1	1	0	1	$F \cdot C \cdot \bar{E}$
1	1	1	1	$F \cdot C \cdot E$



Exemplo de simplificação



$$A =$$
$$(\bar{F} \cdot C) +$$
$$(F \cdot \bar{C}) +$$
$$(F \cdot C) \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} (\bar{F} \cdot C) + \\ (F \cdot \bar{C}) + \\ (F \cdot C) \end{matrix}} \right\} F$$

$$A = (\bar{F} \cdot C) + F$$

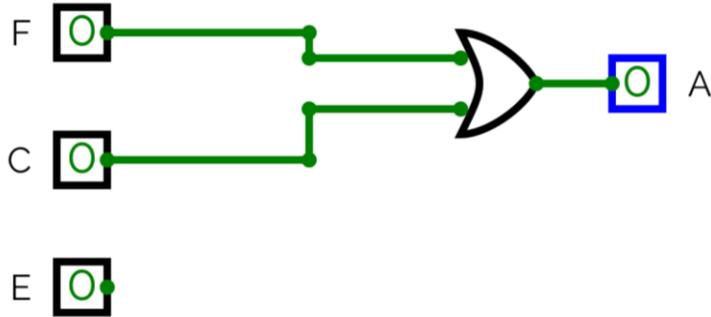
$$A = C + F$$

F	C	E	A	Mintermo
0	0	0	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
0	0	1	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot E$
0	1	0	1	$\bar{F} \cdot C \cdot \bar{E}$
0	1	1	1	$\bar{F} \cdot C \cdot E$
1	0	0	1	$F \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
1	0	1	1	$F \cdot \bar{C} \cdot E$
1	1	0	1	$F \cdot C \cdot \bar{E}$
1	1	1	1	$F \cdot C \cdot E$



Circuito simplificado

$$A = C + F$$

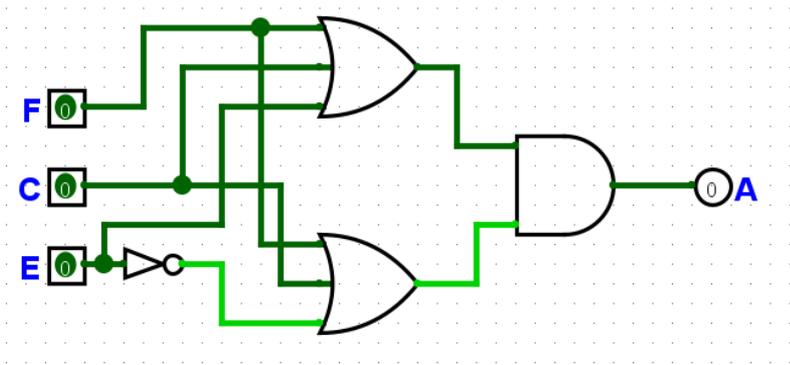


F	C	E	A	Mintermo
0	0	0	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
0	0	1	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot E$
0	1	0	1	$\bar{F} \cdot C \cdot \bar{E}$
0	1	1	1	$\bar{F} \cdot C \cdot E$
1	0	0	1	$F \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
1	0	1	1	$F \cdot \bar{C} \cdot E$
1	1	0	1	$F \cdot C \cdot \bar{E}$
1	1	1	1	$F \cdot C \cdot E$

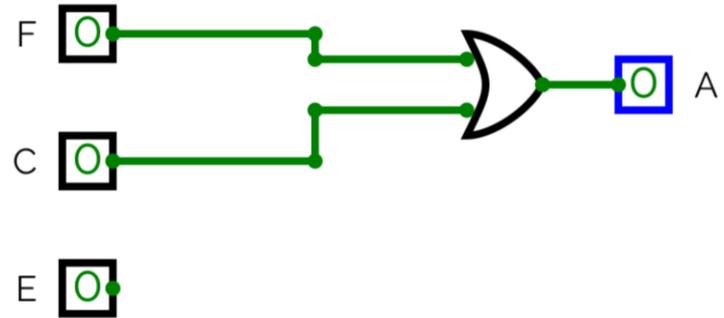


Comparando com o FNC:

$$A = (F + C + E) \cdot (F + C + \bar{E})$$



$$A = C + F$$



Mapa de Karnaugh



Resumo da história (de novo)



- Algumas somas podem ser facilmente simplificadas
 - Basta que mintermos tenham exatamente uma negação de diferença

Se ordenarmos os mintermos de maneira inteligente, podemos visualizar melhor possibilidades de simplificação!

F	C	E	A	Mintermo
0	0	0	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
0	0	1	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot E$
0	1	0	1	$\bar{F} \cdot C \cdot \bar{E}$
0	1	1	1	$\bar{F} \cdot C \cdot E$
1	0	0	1	$F \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
1	0	1	1	$F \cdot \bar{C} \cdot E$
1	1	0	1	$F \cdot C \cdot \bar{E}$
1	1	1	1	$F \cdot C \cdot E$



Ideia de simplificação

- Algumas somas podem ser facilmente simplificadas
 - Basta que mintermos tenham exatamente uma negação de diferença
 - Visualização será fácil se mintermos vizinhos tiverem apenas um bit de diferença



F	C	E	A	Mintermo
0	0	0	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
0	0	1	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot E$
0	1	0	1	$\bar{F} \cdot C \cdot \bar{E}$
0	1	1	1	$\bar{F} \cdot C \cdot E$
1	0	0	1	$F \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
1	0	1	1	$F \cdot \bar{C} \cdot E$
1	1	0	1	$F \cdot C \cdot \bar{E}$
1	1	1	1	$F \cdot C \cdot E$



Mapa de Karnaugh

C	B	A	Mintermo
0	0	0	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$
0	0	1	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot A$
0	1	0	$\bar{C} \cdot B \cdot \bar{A}$
0	1	1	$\bar{C} \cdot B \cdot A$
1	0	0	$C \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$
1	0	1	$C \cdot \bar{B} \cdot A$
1	1	0	$C \cdot B \cdot \bar{A}$
1	1	1	$C \cdot B \cdot A$

	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$			



Mapa de Karnaugh

C	B	A	Mintermo
0	0	0	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$
0	0	1	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot A$
0	1	0	$\bar{C} \cdot B \cdot \bar{A}$
0	1	1	$\bar{C} \cdot B \cdot A$
1	0	0	$C \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$
1	0	1	$C \cdot \bar{B} \cdot A$
1	1	0	$C \cdot B \cdot \bar{A}$
1	1	1	$C \cdot B \cdot A$

	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot A$		
	$C \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$			



Mapa de Karnaugh

C	B	A	Mintermo
0	0	0	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$
0	0	1	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot A$
0	1	0	$\bar{C} \cdot B \cdot \bar{A}$
0	1	1	$\bar{C} \cdot B \cdot A$
1	0	0	$C \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$
1	0	1	$C \cdot \bar{B} \cdot A$
1	1	0	$C \cdot B \cdot \bar{A}$
1	1	1	$C \cdot B \cdot A$

	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot A$	$\bar{C} \cdot B \cdot A$	
	$C \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$	$C \cdot \bar{B} \cdot A$		



Mapa de Karnaugh

C	B	A	Mintermo
0	0	0	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$
0	0	1	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot A$
0	1	0	$\bar{C} \cdot B \cdot \bar{A}$
0	1	1	$\bar{C} \cdot B \cdot A$
1	0	0	$C \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$
1	0	1	$C \cdot \bar{B} \cdot A$
1	1	0	$C \cdot B \cdot \bar{A}$
1	1	1	$C \cdot B \cdot A$

	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot A$	$\bar{C} \cdot B \cdot A$	$\bar{C} \cdot B \cdot \bar{A}$
	$C \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$	$C \cdot \bar{B} \cdot A$	$C \cdot B \cdot A$	



Mapa de Karnaugh

C	B	A	Mintermo
0	0	0	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$
0	0	1	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot A$
0	1	0	$\bar{C} \cdot B \cdot \bar{A}$
0	1	1	$\bar{C} \cdot B \cdot A$
1	0	0	$C \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$
1	0	1	$C \cdot \bar{B} \cdot A$
1	1	0	$C \cdot B \cdot \bar{A}$
1	1	1	$C \cdot B \cdot A$

	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot A$	$\bar{C} \cdot B \cdot A$	$\bar{C} \cdot B \cdot \bar{A}$
	$C \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$	$C \cdot \bar{B} \cdot A$	$C \cdot B \cdot A$	$C \cdot B \cdot \bar{A}$



Mapa de Karnaugh

C	B	A	Mintermo
0	0	0	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$
0	0	1	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot A$
0	1	0	$\bar{C} \cdot B \cdot \bar{A}$
0	1	1	$\bar{C} \cdot B \cdot A$
1	0	0	$C \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$
1	0	1	$C \cdot \bar{B} \cdot A$
1	1	0	$C \cdot B \cdot \bar{A}$
1	1	1	$C \cdot B \cdot A$

	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot A$	$\bar{C} \cdot B \cdot A$	$\bar{C} \cdot B \cdot \bar{A}$
	$C \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$	$C \cdot \bar{B} \cdot A$	$C \cdot B \cdot A$	$C \cdot B \cdot \bar{A}$



Mapa de Karnaugh

C	B	A	Mintermo
0	0	0	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$
0	0	1	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot A$
0	1	0	$\bar{C} \cdot B \cdot \bar{A}$
0	1	1	$\bar{C} \cdot B \cdot A$
1	0	0	$C \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$
1	0	1	$C \cdot \bar{B} \cdot A$
1	1	0	$C \cdot B \cdot \bar{A}$
1	1	1	$C \cdot B \cdot A$

	\bar{A}	A		\bar{A}
	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot A$	$\bar{C} \cdot B \cdot A$	$\bar{C} \cdot B \cdot \bar{A}$
	$C \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$	$C \cdot \bar{B} \cdot A$	$C \cdot B \cdot A$	$C \cdot B \cdot \bar{A}$



Mapa de Karnaugh

C	B	A	Mintermo
0	0	0	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$
0	0	1	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot A$
0	1	0	$\bar{C} \cdot B \cdot \bar{A}$
0	1	1	$\bar{C} \cdot B \cdot A$
1	0	0	$C \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$
1	0	1	$C \cdot \bar{B} \cdot A$
1	1	0	$C \cdot B \cdot \bar{A}$
1	1	1	$C \cdot B \cdot A$

	\bar{A}	A		\bar{A}
	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot A$	$\bar{C} \cdot B \cdot A$	$\bar{C} \cdot B \cdot \bar{A}$
	$C \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$	$C \cdot \bar{B} \cdot A$	$C \cdot B \cdot A$	$C \cdot B \cdot \bar{A}$
	\bar{B}		B	



Mapa de Karnaugh

C	B	A	Mintermo
0	0	0	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$
0	0	1	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot A$
0	1	0	$\bar{C} \cdot B \cdot \bar{A}$
0	1	1	$\bar{C} \cdot B \cdot A$
1	0	0	$C \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$
1	0	1	$C \cdot \bar{B} \cdot A$
1	1	0	$C \cdot B \cdot \bar{A}$
1	1	1	$C \cdot B \cdot A$

	\bar{A}	A		\bar{A}
\bar{C}	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot A$	$\bar{C} \cdot B \cdot A$	$\bar{C} \cdot B \cdot \bar{A}$
C	$C \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$	$C \cdot \bar{B} \cdot A$	$C \cdot B \cdot A$	$C \cdot B \cdot \bar{A}$
	\bar{B}		B	



Mapa de Karnaugh

C	B	A	Mintermo
0	0	0	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$
0	0	1	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot A$
0	1	0	$\bar{C} \cdot B \cdot \bar{A}$
0	1	1	$\bar{C} \cdot B \cdot A$
1	0	0	$C \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$
1	0	1	$C \cdot \bar{B} \cdot A$
1	1	0	$C \cdot B \cdot \bar{A}$
1	1	1	$C \cdot B \cdot A$

	\bar{A}	A		\bar{A}
\bar{C}	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot A$	$\bar{C} \cdot B \cdot A$	$\bar{C} \cdot B \cdot \bar{A}$
C	$C \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$	$C \cdot \bar{B} \cdot A$	$C \cdot B \cdot A$	$C \cdot B \cdot \bar{A}$
	\bar{B}		B	



Outra forma de ver

C	B	A	Mintermo
0	0	0	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$
0	0	1	$\bar{C} \cdot \bar{B} \cdot A$
0	1	0	$\bar{C} \cdot B \cdot \bar{A}$
0	1	1	$\bar{C} \cdot B \cdot A$
1	0	0	$C \cdot \bar{B} \cdot \bar{A}$
1	0	1	$C \cdot \bar{B} \cdot A$
1	1	0	$C \cdot B \cdot \bar{A}$
1	1	1	$C \cdot B \cdot A$

	\bar{A}	A		\bar{A}
\bar{C}	0	1	3	2
C	4	5	7	6
	\bar{B}		B	



Exemplo do alarme, com mapa de Karnaugh



O exemplo do alarme



- Numerar a tabela
 - Garantir que vizinhos tenham exatamente 1 bit de diferença

	\bar{E}	E		\bar{E}
\bar{F}	0	1	3	2
F	4	5	7	6
	\bar{C}		C	



Decimal	F	C	E	A	Mintermo
0	0	0	0	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
1	0	0	1	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot E$
2	0	1	0	1	$\bar{F} \cdot C \cdot \bar{E}$
3	0	1	1	1	$\bar{F} \cdot C \cdot E$
4	1	0	0	1	$F \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
5	1	0	1	1	$F \cdot \bar{C} \cdot E$
6	1	1	0	1	$F \cdot C \cdot \bar{E}$
7	1	1	1	1	$F \cdot C \cdot E$

O exemplo do alarme



- Inserir na tabela os valores da saída

	\bar{E}		E		\bar{E}	
\bar{F}	0	0	1	0	2	1
F	4	1	5	1	6	1
	\bar{C}				C	



Decimal	F	C	E	A	Mintermo
0	0	0	0	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
1	0	0	1	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot E$
2	0	1	0	1	$\bar{F} \cdot C \cdot \bar{E}$
3	0	1	1	1	$\bar{F} \cdot C \cdot E$
4	1	0	0	1	$F \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
5	1	0	1	1	$F \cdot \bar{C} \cdot E$
6	1	1	0	1	$F \cdot C \cdot \bar{E}$
7	1	1	1	1	$F \cdot C \cdot E$

O exemplo do alarme



- Agrupar as saídas 1
 - Grupos de 1, 2, 4, ou 8
 - Potências de 2
 - Formas retangulares
 - 1×1, 1×2, 1×4, 2×1, 2×2, 2×4

	\bar{E}		E		\bar{E}			
\bar{F}	0	0	1	0	3	1	2	1
F	4	1	5	1	7	1	6	1
	\bar{C}				C			



Decimal	F	C	E	A	Mintermo
0	0	0	0	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
1	0	0	1	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot E$
2	0	1	0	1	$\bar{F} \cdot C \cdot \bar{E}$
3	0	1	1	1	$\bar{F} \cdot C \cdot E$
4	1	0	0	1	$F \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
5	1	0	1	1	$F \cdot \bar{C} \cdot E$
6	1	1	0	1	$F \cdot C \cdot \bar{E}$
7	1	1	1	1	$F \cdot C \cdot E$

O exemplo do alarme



- Agrupar as saídas 1
 - Formas retangulares
 - 1×1, 1×2, 1×4, 2×1, 2×2, 2×4
 - Maiores possíveis
 - Pode haver interseção

	\bar{E}		E		\bar{E}			
\bar{F}	0	0	1	0	3	1	2	1
F	4	1	5	1	7	1	6	1
	\bar{C}				C			



Decimal	F	C	E	A	Mintermo
0	0	0	0	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
1	0	0	1	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot E$
2	0	1	0	1	$\bar{F} \cdot C \cdot \bar{E}$
3	0	1	1	1	$\bar{F} \cdot C \cdot E$
4	1	0	0	1	$F \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
5	1	0	1	1	$F \cdot \bar{C} \cdot E$
6	1	1	0	1	$F \cdot C \cdot \bar{E}$
7	1	1	1	1	$F \cdot C \cdot E$

O exemplo do alarme



- Agrupar as saídas 1
 - Formas retangulares
 - 1×1, 1×2, 1×4, 2×1, 2×2, 2×4
 - Maiores possíveis
 - Pode haver interseção

	\bar{E}		E		\bar{E}	
\bar{F}	0	0	1	0	3	1
F	4	1	5	1	7	1
	\bar{C}				C	



Decimal	F	C	E	A	Mintermo
0	0	0	0	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
1	0	0	1	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot E$
2	0	1	0	1	$\bar{F} \cdot C \cdot \bar{E}$
3	0	1	1	1	$\bar{F} \cdot C \cdot E$
4	1	0	0	1	$F \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
5	1	0	1	1	$F \cdot \bar{C} \cdot E$
6	1	1	0	1	$F \cdot C \cdot \bar{E}$
7	1	1	1	1	$F \cdot C \cdot E$

O exemplo do alarme



- 2×2
- Mintermos
 - $\bar{F} \cdot C \cdot E$,
 - $\bar{F} \cdot C \cdot \bar{E}$,
 - $F \cdot C \cdot E$ e
 - $F \cdot C \cdot \bar{E}$

	\bar{E}		E		\bar{E}	
\bar{F}	0	0	1	0	3	1
F	4	1	5	1	7	1
	\bar{C}				C	



Decimal	F	C	E	A	Mintermo
0	0	0	0	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
1	0	0	1	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot E$
2	0	1	0	1	$\bar{F} \cdot C \cdot \bar{E}$
3	0	1	1	1	$\bar{F} \cdot C \cdot E$
4	1	0	0	1	$F \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
5	1	0	1	1	$F \cdot \bar{C} \cdot E$
6	1	1	0	1	$F \cdot C \cdot \bar{E}$
7	1	1	1	1	$F \cdot C \cdot E$

O exemplo do alarme



- 2x2
 - Mintermos
 - $\bar{F} \cdot C \cdot E$,
 - $\bar{F} \cdot C \cdot \bar{E}$,
 - $F \cdot C \cdot E$ e
 - $F \cdot C \cdot \bar{E}$
- } ($\bar{F} \cdot C$)
 } ($F \cdot C$)

	\bar{E}		E		\bar{E}			
\bar{F}	0	0	1	0	3	1	2	1
F	4	1	5	1	7	1	6	1
	\bar{C}				C			



Decimal	F	C	E	A	Mintermo
0	0	0	0	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
1	0	0	1	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot E$
2	0	1	0	1	$\bar{F} \cdot C \cdot \bar{E}$
3	0	1	1	1	$\bar{F} \cdot C \cdot E$
4	1	0	0	1	$F \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
5	1	0	1	1	$F \cdot \bar{C} \cdot E$
6	1	1	0	1	$F \cdot C \cdot \bar{E}$
7	1	1	1	1	$F \cdot C \cdot E$

O exemplo do alarme



■ 2x2

■ Mintermos

- $\bar{F} \cdot C \cdot E$,
 - $\bar{F} \cdot C \cdot \bar{E}$,
 - $F \cdot C \cdot E$ e
 - $F \cdot C \cdot \bar{E}$
- $\left. \begin{array}{l} \bar{F} \cdot C \cdot E \\ \bar{F} \cdot C \cdot \bar{E} \end{array} \right\} (\bar{F} \cdot C)$
 $\left. \begin{array}{l} F \cdot C \cdot E \\ F \cdot C \cdot \bar{E} \end{array} \right\} (F \cdot C)$
 $\left. \begin{array}{l} (\bar{F} \cdot C) \\ (F \cdot C) \end{array} \right\} C$

	\bar{E}		E		\bar{E}	
\bar{F}	0	0	1	0	3	1
F	4	1	5	1	7	1
	\bar{C}				C	



Decimal	F	C	E	A	Mintermo
0	0	0	0	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
1	0	0	1	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot E$
2	0	1	0	1	$\bar{F} \cdot C \cdot \bar{E}$
3	0	1	1	1	$\bar{F} \cdot C \cdot E$
4	1	0	0	1	$F \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
5	1	0	1	1	$F \cdot \bar{C} \cdot E$
6	1	1	0	1	$F \cdot C \cdot \bar{E}$
7	1	1	1	1	$F \cdot C \cdot E$

O exemplo do alarme



■ 2x2

■ Mintermos

- $\bar{F} \cdot C \cdot E$,
 - $\bar{F} \cdot C \cdot \bar{E}$,
 - $F \cdot C \cdot E$ e
 - $F \cdot C \cdot \bar{E}$
- $\left. \begin{array}{l} \bar{F} \cdot C \cdot E \\ \bar{F} \cdot C \cdot \bar{E} \end{array} \right\} (\bar{F} \cdot C)$
 $\left. \begin{array}{l} F \cdot C \cdot E \\ F \cdot C \cdot \bar{E} \end{array} \right\} (F \cdot C)$
 $\left. \begin{array}{l} (\bar{F} \cdot C) \\ (F \cdot C) \end{array} \right\} C$

	\bar{E}		E		\bar{E}	
\bar{F}	0	0	1	0	3	1
F	4	1	5	1	7	1
	\bar{C}				C	



Decimal	F	C	E	A	Mintermo
0	0	0	0	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
1	0	0	1	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot E$
2	0	1	0	1	$\bar{F} \cdot C \cdot \bar{E}$
3	0	1	1	1	$\bar{F} \cdot C \cdot E$
4	1	0	0	1	$F \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
5	1	0	1	1	$F \cdot \bar{C} \cdot E$
6	1	1	0	1	$F \cdot C \cdot \bar{E}$
7	1	1	1	1	$F \cdot C \cdot E$

O exemplo do alarme



- 1×4

	\bar{E}		E		\bar{E}	
\bar{F}	0	0	1	0	3	1
F	4	1	5	1	7	1
	\bar{C}				C	



Decimal	F	C	E	A	Mintermo
0	0	0	0	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
1	0	0	1	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot E$
2	0	1	0	1	$\bar{F} \cdot C \cdot \bar{E}$
3	0	1	1	1	$\bar{F} \cdot C \cdot E$
4	1	0	0	1	$F \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
5	1	0	1	1	$F \cdot \bar{C} \cdot E$
6	1	1	0	1	$F \cdot C \cdot \bar{E}$
7	1	1	1	1	$F \cdot C \cdot E$

O exemplo do alarme



- 1×4
 - Mintermos
 - $F \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$,
 - $F \cdot \bar{C} \cdot E$,
 - $F \cdot C \cdot E$ e
 - $F \cdot C \cdot \bar{E}$
- } $(F \cdot \bar{C})$
} $(F \cdot C)$

	\bar{E}		E		\bar{E}			
\bar{F}	0	0	1	0	3	1	2	1
F	4	1	5	1	7	1	6	1
	\bar{C}				C			



Decimal	F	C	E	A	Mintermo
0	0	0	0	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
1	0	0	1	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot E$
2	0	1	0	1	$\bar{F} \cdot C \cdot \bar{E}$
3	0	1	1	1	$\bar{F} \cdot C \cdot E$
4	1	0	0	1	$F \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
5	1	0	1	1	$F \cdot \bar{C} \cdot E$
6	1	1	0	1	$F \cdot C \cdot \bar{E}$
7	1	1	1	1	$F \cdot C \cdot E$

O exemplo do alarme



- Os dois

$$F + C$$

	\bar{E}		E		\bar{E}	
\bar{F}	0	0	1	0	3	1
F	4	1	5	1	7	1
	\bar{C}				C	



Decimal	F	C	E	A	Mintermo
0	0	0	0	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
1	0	0	1	0	$\bar{F} \cdot \bar{C} \cdot E$
2	0	1	0	1	$\bar{F} \cdot C \cdot \bar{E}$
3	0	1	1	1	$\bar{F} \cdot C \cdot E$
4	1	0	0	1	$F \cdot \bar{C} \cdot \bar{E}$
5	1	0	1	1	$F \cdot \bar{C} \cdot E$
6	1	1	0	1	$F \cdot C \cdot \bar{E}$
7	1	1	1	1	$F \cdot C \cdot E$

Procedimento formalizado



Procedimento do mapa de Karnaugh

- Montar o mapa (tabela)
 - Atenção à ordem
- Colocar na tabela os 1
- Agrupar os 1
 - Maiores grupos possíveis
 - Pode haver interseção
 - Agrupamento não pode pertencer a outro
- Somar as variáveis de cada agrupamento

	\bar{A}	A		\bar{A}
\bar{C}	0	1	3	2
C	4	5	7	6
	\bar{B}		B	



Notação mais comum



Notação habitual

	\bar{A}	A		\bar{A}
\bar{C}	0	1	3	2
C	4	5	7	6
	\bar{B}		B	

		B A			
		00	01	11	10
C	0	0	1	3	2
	1	4	5	7	6



Mapa de Karnaugh com mais variáveis



Mapa de Karnaugh – 4 variáveis

- Nova variável (D) é incluída
 - Novas células incluídas
- Propriedade deve ser mantida
 - Células vizinhas diferem de 1 bit



Mapa de Karnaugh – 4 variáveis

- Nova variável (D) é incluída
 - Novas células incluídas
- Propriedade deve ser mantida
 - Células vizinhas diferem de 1 bit

	\bar{A}	A		\bar{A}	
\bar{C}	0	1	3	2	\bar{D}
C	4	5	7	6	
C	12	13	15	14	D
\bar{C}	8	9	11	10	
	\bar{B}		B		



Mapa de Karnaugh – 5 variáveis

- Nova variável (E) é incluída
 - Novas células incluídas
- Propriedade deve ser mantida
 - Células vizinhas diferem de 1 bit
- Um novo mapa é adicionado!

\bar{E}	\bar{A}	A		\bar{A}	
\bar{C}	0	1	3	2	\bar{D}
C	4	5	7	6	
C	12	13	15	14	D
\bar{C}	8	9	11	10	
	\bar{B}		B		

E	\bar{A}	A		\bar{A}	
\bar{C}	16	17	19	18	\bar{D}
C	20	21	23	22	
C	28	29	31	30	D
\bar{C}	24	25	27	26	
	\bar{B}		B		



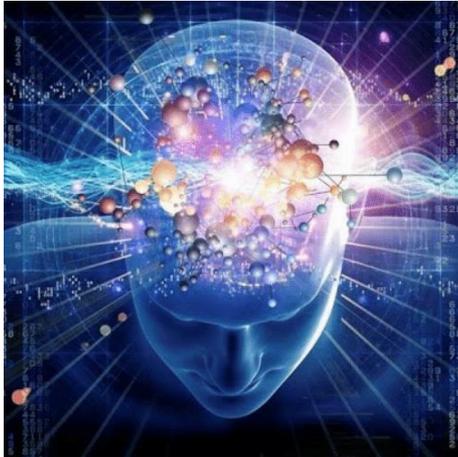
Mapa de Karnaugh – 6 variáveis

- Começa a ficar impraticável

		B 0				1				
		A 0				1				
0	EF	CD				EF	CD			
		00	01	11	10		00	01	11	10
	00	0	1	3	2	00	16	17	19	18
	01	4	5	7	6	01	20	21	23	22
	11	12	13	15	14	11	28	29	31	30
10	8	9	11	10	10	24	25	27	26	
1	EF	CD				EF	CD			
		00	01	11	10		00	01	11	10
	00	32	33	35	34	00	48	49	51	50
	01	36	37	39	38	01	52	53	55	54
	11	44	45	47	46	11	60	61	63	62
10	40	41	43	42	10	56	57	59	58	

Mapa de Karnaugh – 7 variáveis

- Não dá, só se tiver 4ª dimensão!



\bar{E}	\bar{A}	A		\bar{A}	
\bar{C}	0	1	3	2	\bar{D}
C	4	5	7	6	
C	12	13	15	14	D
\bar{C}	7	9	11	10	
	\bar{B}		B		

E	\bar{A}	A		\bar{A}	
\bar{C}	16	17	19	18	\bar{D}
C	20	21	23	22	
C	28	29	31	30	D
\bar{C}	24	25	27	26	
	\bar{B}		B		

Codificadores e decodificadores



Definição geral

- Codificador transforma dados 'naturais' em sua versão binária
- Decodificador transforma dados binários em sua versão 'natural'

Algumas vezes o natural também é binário!



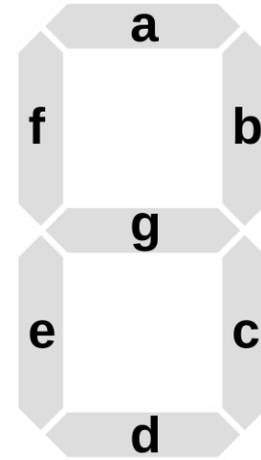
Circuitos codificadores e decodificadores

- Capazes de *traduzir* de um código binário para outro
- Exemplos
 - Sinal-magnitude para complemento de 2
 - Complemento de 2 para sinal-magnitude
 - ASCII para binário
 - Binário para ASCII
 - BCD para display 7 segmentos
 - Hexadecimal para display 7 segmentos

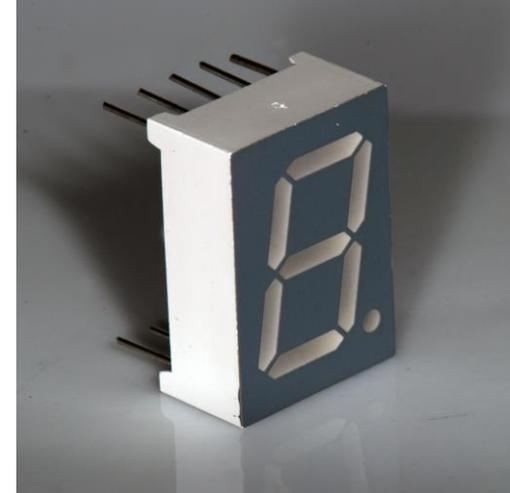


Display 7 segmentos

- Leds organizados em 8
- Leds nomeados a, b, c, d, e, f, g
- GND comum
- Terminal para cada um dos leds

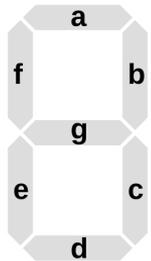
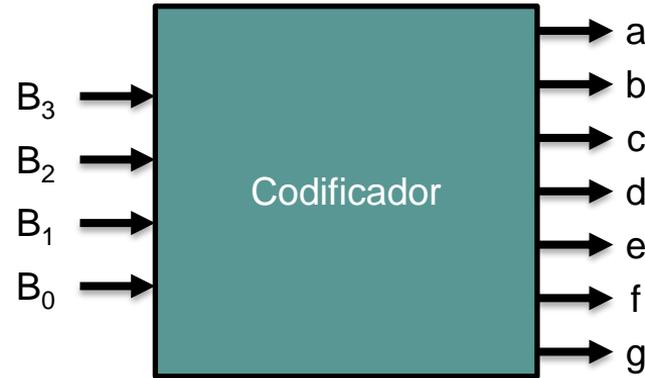


Imagens retiradas da Wikipedia



Codificador BCD – 7 segmentos

- Recebe 4 variáveis
 - Representam um número de 4 bits
- Codifica o número para exibição em um display de 7 segmentos



Não tem jeito

- Tabela verdade pra cada uma das variáveis de saída
 - 2^4 configurações cada
- Algumas vão poder reaproveitar entradas de outras



Considerações finais

- Mapa de Karnaugh é a melhor ferramenta de minimização
 - Porém, só funciona para até 6 variáveis – e já fica complicado
- Técnicas de software são usadas
 - Mesmo princípio
 - Eliminar variáveis que aparecem em sua forma direta e complementada



Créditos

Os ícones desta apresentação foram feitos por Freepic e retirados de www.flaticon.com.





GTA / UFRJ

GRUPO DE TELEINFORMÁTICA E AUTOMAÇÃO

www.gta.ufrj.br