

# Circuitos Lógicos

Aula 13

cruz@gta.ufrj.br <http://gta.ufrj.br/~cruz>

# Nas últimas aulas

- Motivação para circuitos sequenciais
  - Divisor de frequência
  - Contador assíncrono
  
- Memória
  - Fita
  - Disco rígido
  - RAM
    - SRAM
    - DRAM
  - Flash



# Hoje

- Máquinas de estado
  - Notação matemática formal
  - Máquina de Mealy vs Máquina de Moore
  - Relação com circuitos lógicos
  - Projeto
    - Conceção
    - Simplificação
  - Implementação



# Atenção

- A aula de hoje possui muitos conceitos (o que normalmente é chato)
  - Fácil de se perder
  - Fácil de não aprender



# Máquinas de estados finitos



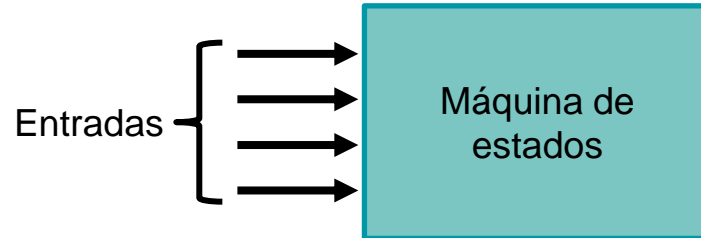
# Estado de um sistema

- Sistema 'lembra' do passado
  - Tem um **estado**
- Estado é a configuração das variáveis internas do sistema
  - Em um circuito, isso é o Q de cada um dos FFs



# Máquina de estados finitos

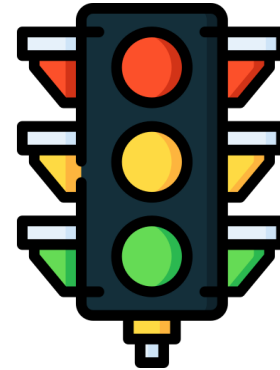
- Abstração matemática para modelar sistemas que podem ter estados
  - Entradas
  - Estado
- Estado seguinte depende do estado atual e das entradas
  - Função de transição de estado



# Máquina de estados finitos - Semáforo

- Entradas
  - Nenhuma
- Estados possíveis
  - Verde, amarelo, vermelho
- Função de transição de estado

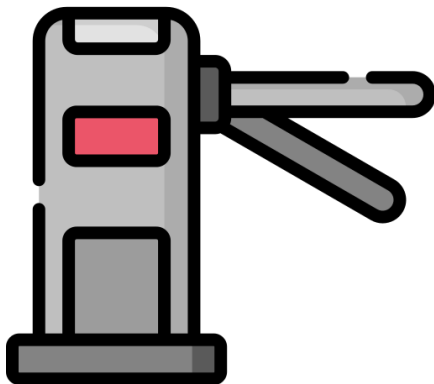
Estado atual	Próximo estado
Verde	Amarelo
Amarelo	Vermelho
Vermelho	Verde





# Máquina de estados finitos – Roleta

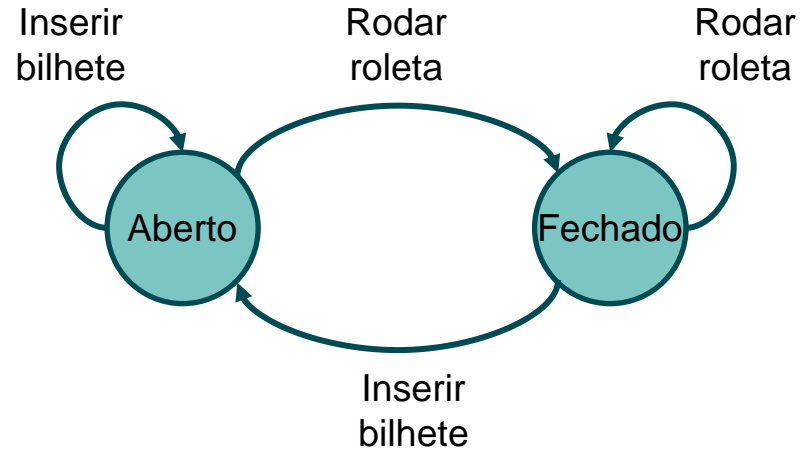
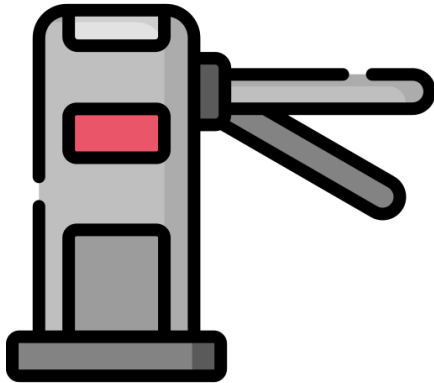
- Entradas
  - Inserção de bilhete
  - Giro da roleta
- Estados possíveis
  - Aberto, fechado
- Função de transição de estado



Rodar roleta	Inserir bilhete	Estado atual	Próximo estado
0	0	Fechado	Fechado
0	0	Aberto	Fechado
0	1	Fechado	Aberto
0	1	Aberto	Aberto
1	0	Fechado	Fechado
1	0	Aberto	Fechado
1	1	Fechado	Fechado
1	1	Aberto	Fechado

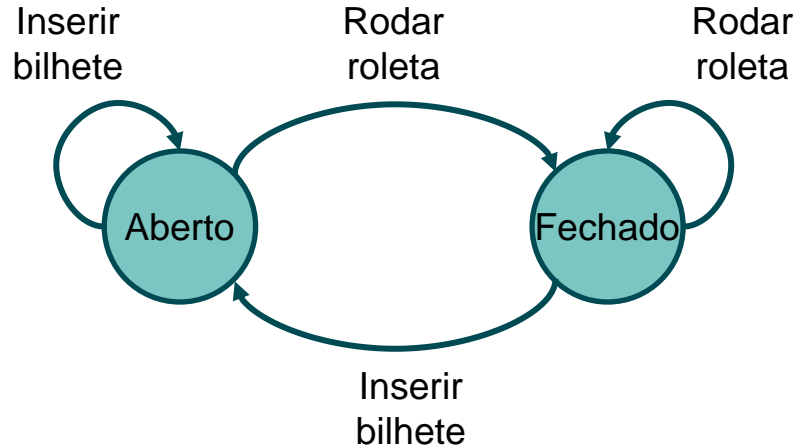
# Diagrama de estados – Roleta

- Entradas
  - Inserção de bilhete
  - Giro da roleta
- Estados possíveis
  - Aberto, fechado
- Função de transição de estado



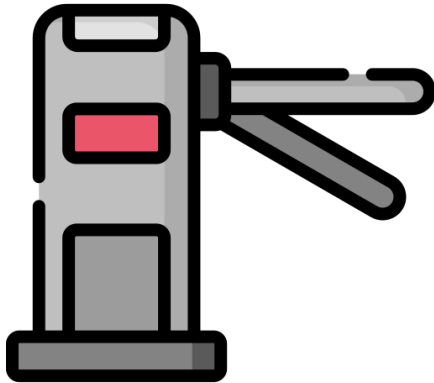
# Diagrama de estados

- Forma de representar máquinas de estado
- Círculos representam estados
  - Indicam valor de saída se saída ligada somente ao estado
- Setas representam transições de estados
- Indicações nas setas dizem valor das entradas
  - Também indicam valor de saída se saídas ligadas ao estado e às entradas



# Máquina de estados finitos – Roleta

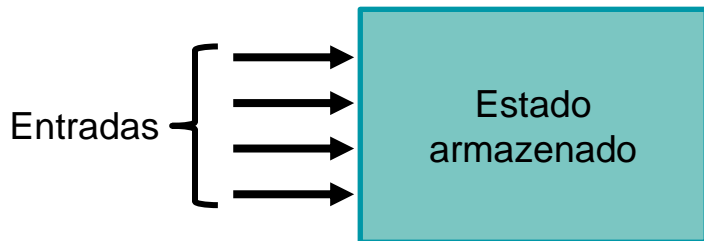
- Entradas
  - Inserção de bilhete
  - Giro da roleta
- Estados possíveis
  - Aberto, fechado
- Função de transição de estado



Rodar roleta	Inserir bilhete	Estado atual	Próximo estado
0	0	Fechado	Fechado
0	0	Aberto	Fechado
0	1	Fechado	Aberto
0	1	Aberto	Aberto
1	0	Fechado	Fechado
1	0	Aberto	Fechado
1	1	Fechado	Fechado
1	1	Aberto	Fechado

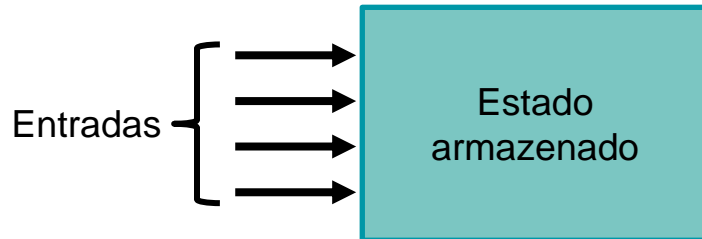
# Máquina de estados finitos - formalmente

- Abstração matemática para modelar sistemas que podem ter estados
- Quintupla definida por  $(\Sigma, S, s_0, \delta, F)$ 
  - Alfabeto de entradas  $\Sigma$
  - Conjunto de estados possíveis  $S$
  - Estado inicial  $s_0 \in S$
  - Conjunto de estados finais  $F$
  - Função de transição de estado  $\delta : S \times \Sigma \rightarrow S$



# Máquina de estados finitos - formalmente

- Abstração matemática para modelar sistemas que podem ter estados
- Quintupla definida por  $(\Sigma, S, s_0, \delta, F)$ 
  - Alfabeto de entradas  $\Sigma$
  - Conjunto de estados possíveis  $S$
  - Estado inicial  $s_0 \in S$
  - Conjunto de estados finais  $F$
  - Função de transição de estado  $\delta : S \times \Sigma \rightarrow S$

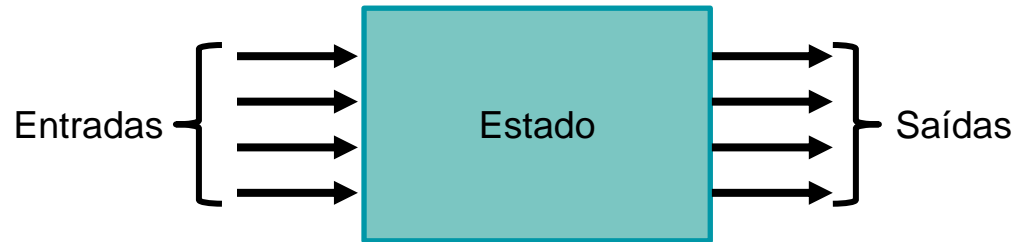


E as saídas?



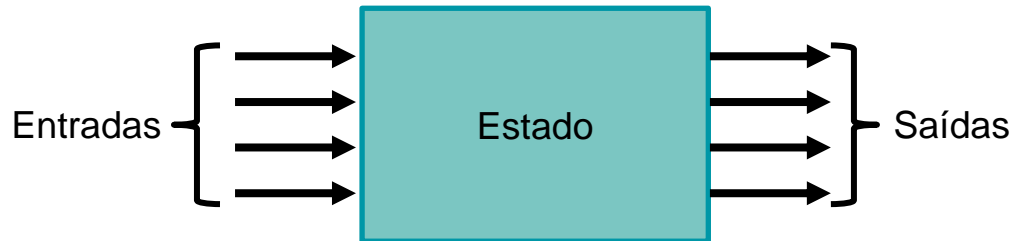
# Transdutor de estados finitos

- Caso especial da máquina de estados finitos
- Possui saídas



# Transdutor de estados finitos

- Sextupla  $(\Sigma, \Gamma, S, s_0, \delta, \omega)$
- Abstração matemática para modelar sistemas que podem ter estados
  - Alfabeto de entradas  $\Sigma$
  - Alfabeto de saídas  $\Gamma$
  - Conjunto de estados possíveis  $S$
  - Estado inicial  $s_0 \in S$
  - Conjunto de estados finais  $F$
  - Função de transição de estado  $\delta : S \times \Sigma \rightarrow S$
  - Função de saída  $\omega$



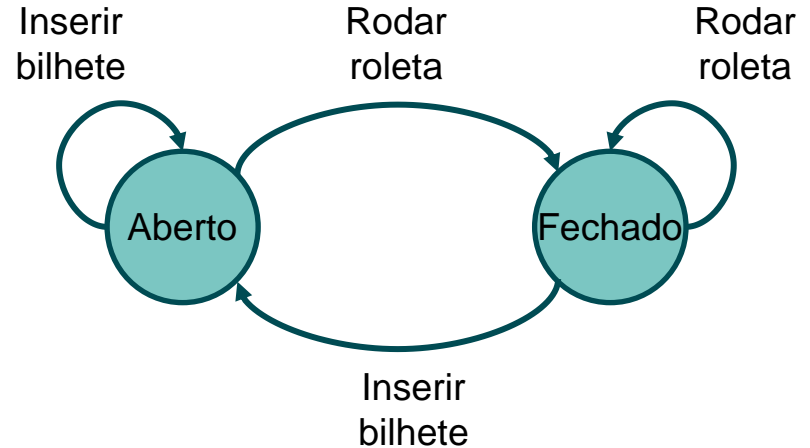


# Representação



# Diagrama de estados

- Grafo
  - Vértices significam estados
    - Configurações internas das variáveis do problema
  - Arestas significam transições de estado
    - Indicam entradas e algumas vezes saídas dos problemas



# Tabela de transição de estados

- Relacionam
  - Variáveis de entrada
  - Estado atual
    - Variáveis internas
  - Próximo estado
    - Variáveis internas
  - Saídas

Rodar roleta	Inserir bilhete	Estado atual	Próximo estado
0	0	Fechado	Fechado
0	0	Aberto	Fechado
0	1	Fechado	Aberto
0	1	Aberto	Aberto
1	0	Fechado	Fechado
1	0	Aberto	Fechado
1	1	Fechado	Fechado
1	1	Aberto	Fechado



# Máquina de Mealy & Máquina de Moore



# Função de saída – Mealy vs Moore

- Máquina de Moore
  - A função de saída depende apenas do estado
    - $\omega: S \rightarrow \Gamma$
- Máquina de Mealy
  - A função de saída depende do estado e das variáveis de entrada
    - $\omega: S \times \Sigma \rightarrow \Gamma$



# Equivalência entre estados



# Equivalência de estados

- Dois estados são equivalentes se, para todas as entradas:
  - Possuem as mesmas saídas
  - Possuem o mesmo próximo estado
- Dois estados X e Y equivalentes podem ser simplificados em apenas um estado
  - Elimina-se o estado Y
  - Configurações que possuam Y como próximo estado agora devem possuir X como próximo estado

Pode haver mais simplificações – ciclos escondem melhorias



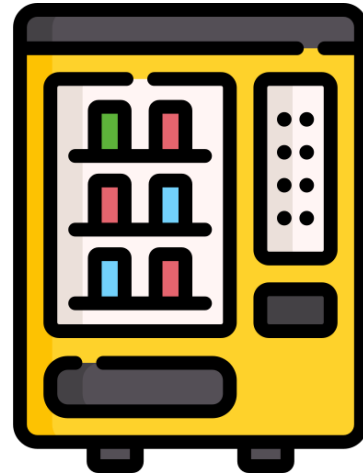
# Estudo de caso





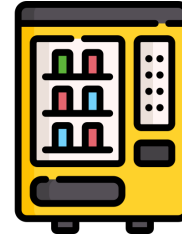
# Exemplo clássico – Máquina de vendas

- Máquina recebe valores de R\$1,00, R\$2,00 e R\$5,00
- Entrega refrigerantes de R\$5,00
- Devolve troco

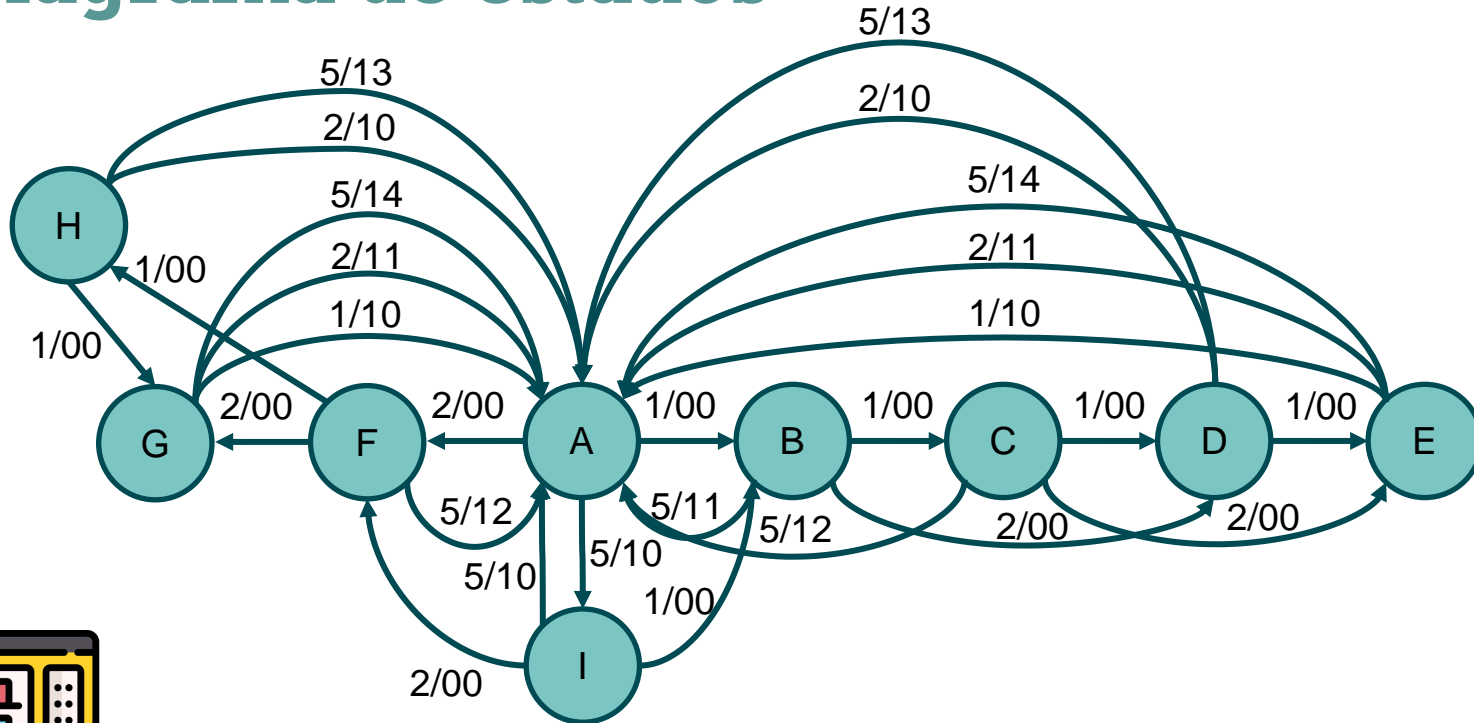


# Diagrama de estados

- Setas representam entrada/saída
  - 1 e 0 -> liberação do refrigerante
  - R\$X,00 -> troco
- Exemplo: 5/13
  - Entraram R\$ 5,00
  - Saída deve liberar refrigerante
  - Saída deve liberar R\$3 de troco



# Diagrama de estados



# Tabela de transição de estados

- Modelo possui 9 estados
- Modelo possui 3 entradas possíveis
  - Alfabeto de entrada é  $\{1,2,5\}$ 
    - Pode ser codificado como preferirmos
- Tabela de transição de estados possui 27 linhas!\*



\*Por causa disso, vamos escrever de outra forma, aproveitando as mesmas linhas das entradas



# Tabela de transição de estados

R\$ 5	R\$ 2	R\$ 1	Estado atual	Próx. estado	Saídas	Estado atual	Próx. estado	Saídas	Estado atual	Próx. estado	Saídas
0	0	1	A	B	00	D	E	00	G	A	10
0	1	0	A	F	00	D	A	10	G	A	11
1	0	0	A	I	10	D	A	13	G	A	14
0	0	1	B	C	00	E	A	10	H	G	00
0	1	0	B	D	00	E	A	11	H	A	10
1	0	0	B	A	11	E	A	14	H	A	13
0	0	1	C	D	00	F	H	00	I	B	00
0	1	0	C	E	00	F	G	00	I	F	00
1	0	0	C	A	12	F	A	12	I	A	10



# Simplificando a tabela

- Dois estados são equivalentes se, para todas as entradas:
  - Possuem as mesmas saídas
  - Possuem o mesmo próximo estado
  
- Dois estados X e Y equivalentes podem ser simplificados em apenas um estado
  - Elimina-se o estado Y
  - Configurações que possuam Y como próximo estado agora devem possuir X como próximo estado

Pode haver mais simplificações – ciclos escondem melhorias



# Tabela de transição de estados

R\$ 5	R\$ 2	R\$ 1	Estado atual	Próx. estado	Saídas	Estado atual	Próx. estado	Saídas	Estado atual	Próx. estado	Saídas
0	0	1	A	B	00	D	E	00	G	A	10
0	1	0	A	F	00	D	A	10	G	A	11
1	0	0	A	I	10	D	A	13	G	A	14
0	0	1	B	C	00	E	A	10	H	G	00
0	1	0	B	D	00	E	A	11	H	A	10
1	0	0	B	A	11	E	A	14	H	A	13
0	0	1	C	D	00	F	H	00	I	B	00
0	1	0	C	E	00	F	G	00	I	F	00
1	0	0	C	A	12	F	A	12	I	A	10

E e G são equivalentes: eliminar o estado G e redirecionar todos os próximos estados G para E



# Tabela de transição de estados

R\$ 5	R\$ 2	R\$ 1	Estado atual	Próx. estado	Saídas	Estado atual	Próx. estado	Saídas	Estado atual	Próx. estado	Saídas
0	0	1	A	B	00	D	E	00			
0	1	0	A	F	00	D	A	10			
1	0	0	A	I	10	D	A	13			
0	0	1	B	C	00	E	A	10	H	E	00
0	1	0	B	D	00	E	A	11	H	A	10
1	0	0	B	A	11	E	A	14	H	A	13
0	0	1	C	D	00	F	H	00	I	B	00
0	1	0	C	E	00	F	E	00	I	F	00
1	0	0	C	A	12	F	A	12	I	A	10





# Tabela de transição de estados

R\$ 5	R\$ 2	R\$ 1	Estado atual	Próx. estado	Saídas	Estado atual	Próx. estado	Saídas	Estado atual	Próx. estado	Saídas
0	0	1	A	B	00	D	E	00			
0	1	0	A	F	00	D	A	10			
1	0	0	A	I	10	D	A	13			
0	0	1	B	C	00	E	A	10	H	E	00
0	1	0	B	D	00	E	A	11	H	A	10
1	0	0	B	A	11	E	A	14	H	A	13
0	0	1	C	D	00	F	H	00	I	B	00
0	1	0	C	E	00	F	E	00	I	F	00
1	0	0	C	A	12	F	A	12	I	A	10

D e H são equivalentes: eliminar o estado H e redirecionar todos os próximos estados H para D



# Tabela de transição de estados

R\$ 5	R\$ 2	R\$ 1	Estado atual	Próx. estado	Saídas	Estado atual	Próx. estado	Saídas	Estado atual	Próx. estado	Saídas
0	0	1	A	B	00	D	E	00			
0	1	0	A	F	00	D	A	10			
1	0	0	A	I	10	D	A	13			
0	0	1	B	C	00	E	A	10			
0	1	0	B	D	00	E	A	11			
1	0	0	B	A	11	E	A	14			
0	0	1	C	D	00	F	D	00	I	B	00
0	1	0	C	E	00	F	E	00	I	F	00
1	0	0	C	A	12	F	A	12	I	A	10



# Tabela de transição de estados

R\$ 5	R\$ 2	R\$ 1	Estado atual	Próx. estado	Saídas	Estado atual	Próx. estado	Saídas	Estado atual	Próx. estado	Saídas
0	0	1	A	B	00	D	E	00			
0	1	0	A	F	00	D	A	10			
1	0	0	A	I	10	D	A	13			
0	0	1	B	C	00	E	A	10			
0	1	0	B	D	00	E	A	11			
1	0	0	B	A	11	E	A	14			
0	0	1	C	D	00	F	D	00	I	B	00
0	1	0	C	E	00	F	E	00	I	F	00
1	0	0	C	A	12	F	A	12	I	A	10

C e F são equivalentes: eliminar o estado F e redirecionar todos os próximos estados F para C



# Tabela de transição de estados

R\$ 5	R\$ 2	R\$ 1	Estado atual	Próx. estado	Saídas	Estado atual	Próx. estado	Saídas	Estado atual	Próx. estado	Saídas
0	0	1	A	B	00	D	E	00			
0	1	0	A	C	00	D	A	10			
1	0	0	A	I	10	D	A	13			
0	0	1	B	C	00	E	A	10			
0	1	0	B	D	00	E	A	11			
1	0	0	B	A	11	E	A	14			
0	0	1	C	D	00				I	B	00
0	1	0	C	E	00				I	C	00
1	0	0	C	A	12				I	A	10



# Tabela de transição de estados

R\$ 5	R\$ 2	R\$ 1	Estado atual	Próx. estado	Saídas	Estado atual	Próx. estado	Saídas	Estado atual	Próx. estado	Saídas
0	0	1	A	B	00	D	E	00			
0	1	0	A	C	00	D	A	10			
1	0	0	A	I	10	D	A	13			
0	0	1	B	C	00	E	A	10			
0	1	0	B	D	00	E	A	11			
1	0	0	B	A	11	E	A	14			
0	0	1	C	D	00				I	B	00
0	1	0	C	E	00				I	C	00
1	0	0	C	A	12				I	A	10

Temos mais algum estado equivalente?



# Tabela de transição de estados

R\$ 5	R\$ 2	R\$ 1	Estado atual	Próx. estado	Saídas	Estado atual	Próx. estado	Saídas	Estado atual	Próx. estado	Saídas
0	0	1	A	B	00	D	E	00	[Black background]		
0	1	0	A	C	00	D	A	10			
1	0	0	A	I	10	D	A	13			
0	0	1	B	C	00	E	A	10			
0	1	0	B	D	00	E	A	11			
1	0	0	B	A	11	E	A	14			
0	0	1	C	D	00	[Black background]			I	B	00
0	1	0	C	E	00				I	C	00
1	0	0	C	A	12				I	A	10

Ciclo esconde que I é equivalente a A! Vamos agir!



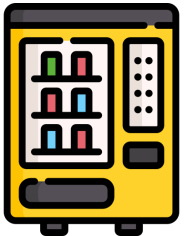
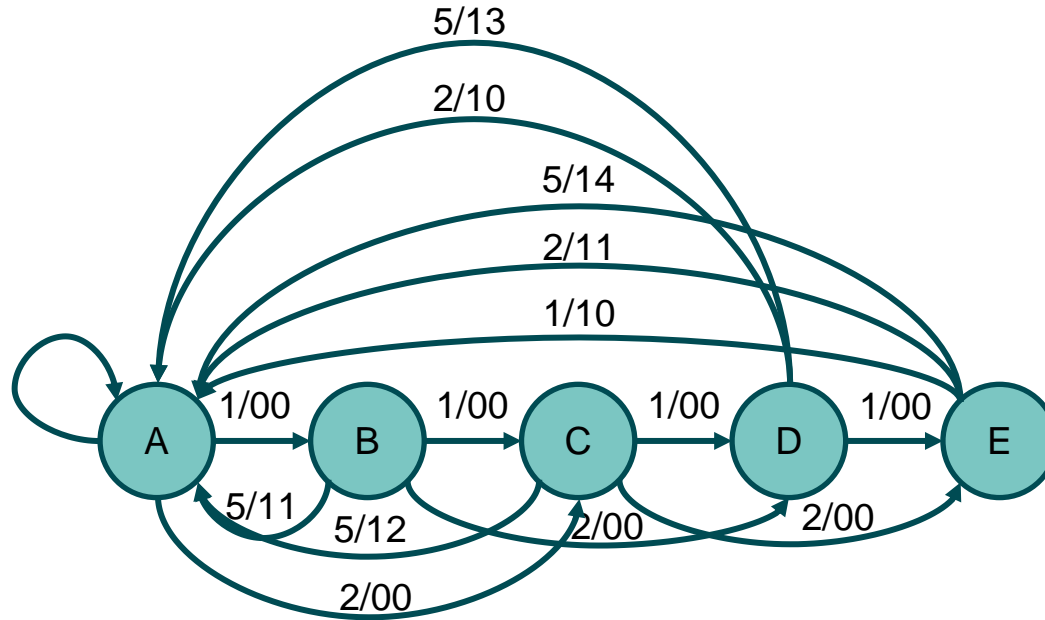
# Tabela de transição de estados

R\$ 5	R\$ 2	R\$ 1	Estado atual	Próx. estado	Saídas	Estado atual	Próx. estado	Saídas	Estado atual	Próx. estado	Saídas
0	0	1	A	B	00	D	E	00			
0	1	0	A	C	00	D	A	10			
1	0	0	A	A	10	D	A	13			
0	0	1	B	C	00	E	A	10			
0	1	0	B	D	00	E	A	11			
1	0	0	B	A	11	E	A	14			
0	0	1	C	D	00						
0	1	0	C	E	00						
1	0	0	C	A	12						

Ciclo esconde que I é equivalente a A!



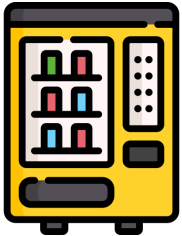
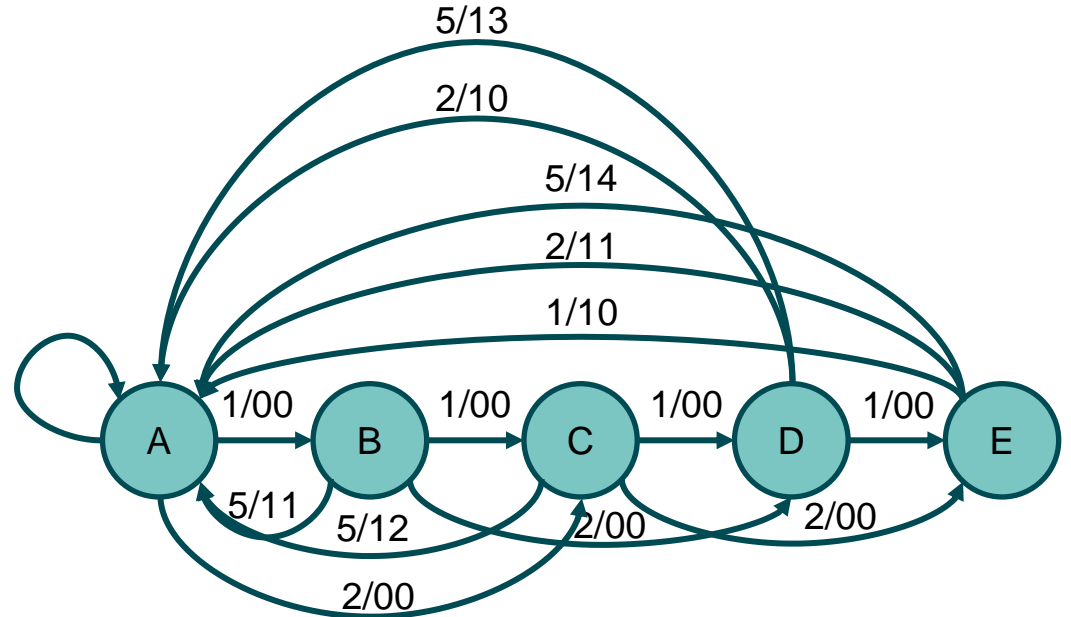
# Diagrama de estados simplificado





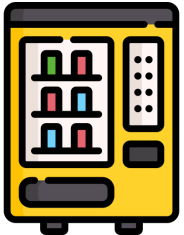
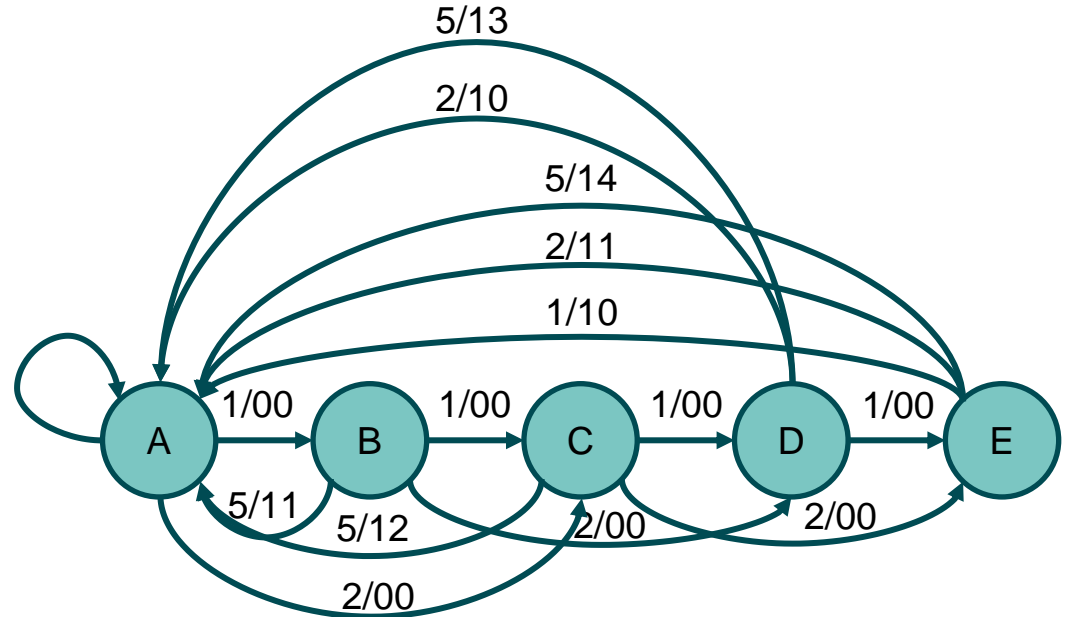
# Pensando de outra forma

- Cada estado é a quantidade de dinheiro armazenada na máquina



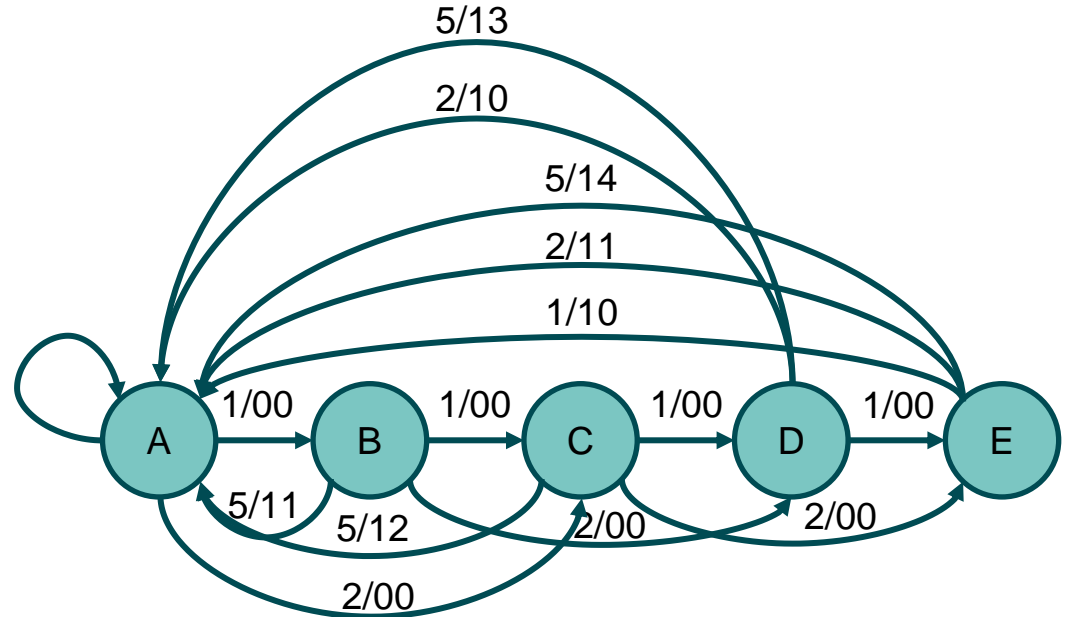
# Pensando de outra forma

- Cada estado é a quantidade de dinheiro armazenada na máquina
  - Ela decide se liberar refrigerante e o troco



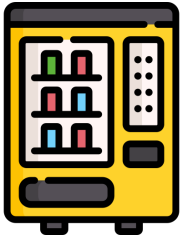
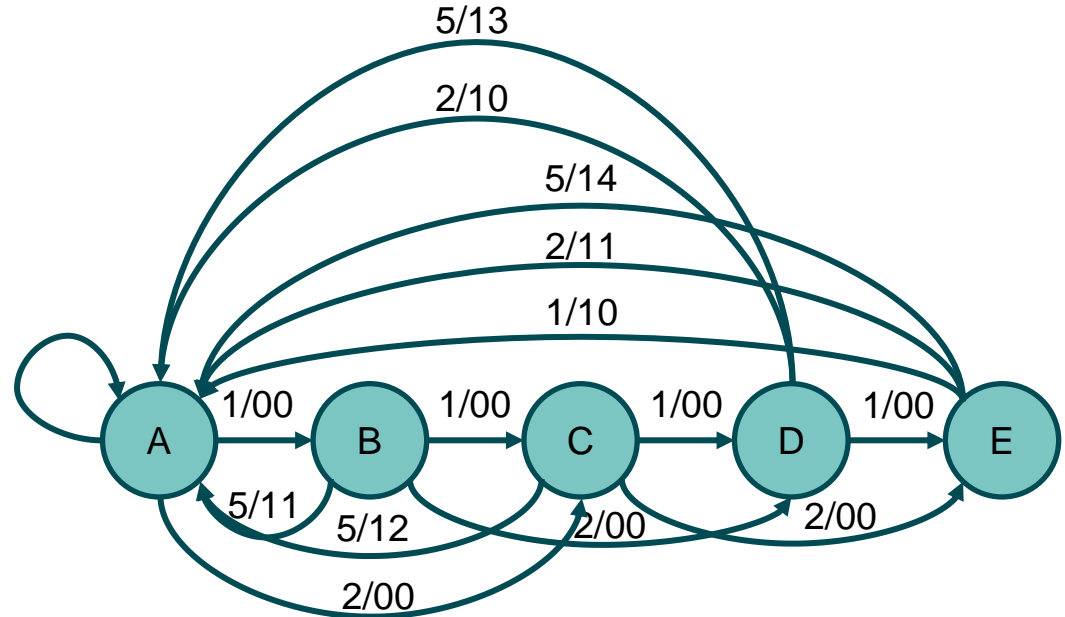
# Pensando de outra forma

- Cada estado é a quantidade de dinheiro armazenada na máquina
  - Ela decide se liberar refrigerante e o troco
- Entender as variáveis internas pode ajudar a planejar os estados



# Pensando de outra forma

- Cada estado é a quantidade de dinheiro armazenada na máquina
  - Ela decide se liberar refrigerante e o troco
- Entender as variáveis internas pode ajudar a planejar os estados
  - Não dispensa uso de estratégia de simplificação



# Próxima aula

- Projeto de circuitos sequenciais (início)



# Créditos

Os ícones desta apresentação foram feitos por Freepic e retirados de [www.flaticon.com](http://www.flaticon.com)





**GTA / UFRJ**

GRUPO DE TELEINFORMÁTICA E AUTOMAÇÃO

[www.gta.ufrj.br](http://www.gta.ufrj.br)