Laboratório de Computação I
Departamento de Engenharia Eletrônica e de Computação - DEL-Poli/UFRJ
Prof.: Miguel Elias Mitre Campista

Trabalho 2: Operações com matrizes

Uma estrutura em grafo é caracterizada pela presença de um conjunto de vértices e outro de arestas, sendo que as arestas representam ligações entre vértices. Utilizando uma estrutura desse tipo, é possível, por exemplo, representar pessoas e os seus laços de amizade. A Figura 1 ilustra as relações de amizade entre cinco pessoas (representadas como vértices do grafo) e os laços de amizades entre elas (representados como enlaces do grafo). Um laço de amizade existe sempre quando uma pessoa conhece outra diretamente. Portanto, Ana conhece Bob e Bob conhece Elga. Entretanto, Ana não conhece Elga diretamente. Caso Ana queira falar com Elga, ela poderá fazê-lo com o intermédio do Bob. Note que os enlaces são bidirecionais, ou seja, se Ana conhece Bob, então Bob conhece Ana. Esse mesmo tipo de modelagem pode ser usado em diferentes problemas onde se represente elementos e suas relações (Internet, redes sociais etc.).

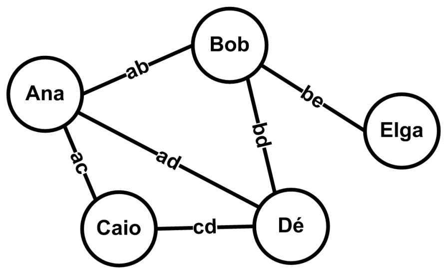

Figura 1: Grafo de ligação entre pessoas.

Uma estrutura em grafo $\mathbf{G}$ é modelada formalmente como $\mathbf{G}(\mathbf{V},\mathbf{A})$, onde $\mathbf{V}$ é o conjunto de vértices e $\mathbf{A}$ é o conjunto de arestas. Conforme a Figura 1, $\mathbf{V}=\{\mathrm{Ana}, \mathrm{Bob}, \mathrm{Caio}, \mathrm{Dé}, \mathrm{Elga}\}$, onde $\mathbf{Ana}$, $\mathbf{Bob}$, $\mathbf{Caio}$, $\mathbf{Dé}$ e $\mathbf{E}\lg\mathbf{a}$ são os rótulos de identificação dos vértices; e $\mathbf{A}=\{\mathrm{ab}, \mathrm{ac}, \mathrm{ad}, \mathrm{bd}, \mathrm{be}, \mathrm{cd}\}$, onde $\mathbf{ab}$, $\mathbf{ac}$, $\mathbf{ad}$, $\mathbf{bd}$, $\mathbf{be}$ e $\mathbf{cd}$ são rótulos de identificação dos enlaces.

Sabe-se que uma estrutura em grafo pode ser representada através de uma matriz chamada de matriz de adjacências. Cada elemento da matriz retrata se há ou não um enlace entre dois vértices do grafo. Logo, quando há um vértice, atribui-se o valor 1 (ex. $\mathbf{M}[\mathbf{Ana},\mathbf{Bob}]=1$) e quando não há, atribui-se o valor 0 (ex. $\mathbf{M}[\mathbf{Ana},\mathbf{E}\lg\mathbf{a}]=0$). A Figura 2 apresenta a matriz de adjacências da Figura 1.

$$\mathbf{M}[\mathbf{i},\mathbf{j}] = \begin{array}{r} \\ \mathbf{Ana} \\ \mathbf{Bob} \\ \mathbf{Caio} \\ \mathbf{Dé} \\ \mathbf{E}\lg\mathbf{a} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} \mathbf{Ana} & \mathbf{Bob} & \mathbf{Caio} & \mathbf{Dé} & \mathbf{E}\lg\mathbf{a} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Figura 2: Matriz de adjacências do grafo da Figura 1.

Note que $\mathtt{M}[\mathtt{i},\mathtt{j}] = \mathtt{M}[\mathtt{j},\mathtt{i}]$ porque o grafo é bidirecional e, portanto, se $\mathtt{i}$ conhece $\mathtt{j}$, então $\mathtt{j}$ conhece $\mathtt{i}$. Observe ainda que se o valor de $\mathtt{M}[\mathtt{i},\mathtt{j}]$ é igual a 1, significa que os dois vértices possuem contato direto. Se quisermos calcular o número de possibilidades de contatos a dois saltos entre quaisquer vértices, ou seja, o número de possibilidades de contatos que necessitam apenas de um vértice intermediário, basta realizarmos a seguinte operação com a matriz de adjacências:

$$\mathtt{M}[\mathtt{i},\mathtt{j}]^2 = \mathtt{M}[\mathtt{i},\mathtt{j}] \times \mathtt{M}[\mathtt{i},\mathtt{j}].$$

No caso da Figura 1, temos que:

$$\mathtt{M}[\mathtt{i},\mathtt{j}]^2 = \mathtt{M}[\mathtt{i},\mathtt{j}] \times \mathtt{M}[\mathtt{i},\mathtt{j}] = \begin{array}{r} \\ \mathtt{Ana} \\ \mathtt{Bob} \\ \mathtt{Caio} \\ \mathtt{Dé} \\ \mathtt{Elga} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} \mathtt{Ana} & \mathtt{Bob} & \mathtt{Caio} & \mathtt{Dé} & \mathtt{Elga} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}.$$

Figura 3: Número de possibilidades de contatos a dois saltos entre vértices do grafo da Figura 1.

Logo, $\mathtt{M}[\mathtt{Ana},\mathtt{Ana}] = 3$ porque existem três possibilidades de contatos a dois saltos para ligar Ana a ela mesma: $\mathtt{Ana} - \mathtt{Bob} - \mathtt{Ana}$, $\mathtt{Ana} - \mathtt{Caio} - \mathtt{Ana}$ e $\mathtt{Ana} - \mathtt{Dé} - \mathtt{Ana}$. Ainda, $\mathtt{M}[\mathtt{Ana},\mathtt{Bob}] = 1$ porque há apenas uma possibilidade de contato que liga Ana a Bob com dois saltos: $\mathtt{Ana} - \mathtt{Dé} - \mathtt{Bob}$. Mais outro exemplo, $\mathtt{M}[\mathtt{Bob},\mathtt{Elga}] = 0$ porque não há nenhuma possibilidade de contato entre Bob e Elga que possua dois saltos.

Generalizando, $\mathtt{M}[\mathtt{i},\mathtt{j}]^{\mathtt{d}}$ retorna o número de possibilidades de contatos a $\mathtt{d}$ saltos entre o par $\mathtt{i}$ e $\mathtt{j}$ de vértices. **A partir dessa premissa, escreva um programa baseado nas propriedades apresentadas de grafos que permita interativamente realizar as seguintes operações**:

- **Criação de um grafo:** O programa deve solicitar o usuário que insira os rótulos dos vértices e, posteriormente, solicitá-lo quais são as arestas existentes. É obrigatório utilizar a propriedade de simetria dos grafos bidirecionais, ou seja, não é permitido perguntar ao usuário se o enlace de rótulo $\mathtt{ij}$ e $\mathtt{ji}$ existem, já que a presença do enlace $\mathtt{ij}$ implica, obrigatoriamente, a existência do enlace $\mathtt{ji}$;
- **Exibição da matriz de adjacências:** O usuário solicita a matriz de adjacências e o programa a exibe na tela;
- **Cálculo da menor distância entre qualquer par de vértices:** O programa solicita o usuário os rótulos dos vértices, calcula o menor número de saltos possível para que esses vértices entrem em contato e exibe o resultado na tela;
- **Cálculo do diâmetro do grafo:** O usuário solicita o número mínimo de saltos necessário para encontrar qualquer par de vértices do grafo. Ou seja, é o maior valor possível de se encontrado no item anterior (cálculo da menor distância entre qualquer par de vértices).

Limitações: Os grafos têm no mínimo 2 vértices e, no máximo, 10 vértices. Assumir que os usuários nunca entrarão com grafos desconectados, ou seja, sempre existe um menor caminho que conecte qualquer par de vértices do grafo.

<u>Importante</u>: Os trabalhos devem ser feitos **individualmente, compilados e executados corretamente em sala de aula.** O programa deve ser apresentado e entregue pessoalmente ao Professor Miguel em sala de aula até o dia:

- **14/04/2014** (quatorze de abril de 2014)

Trabalhos com código fonte de leitura difícil (variáveis com nomes pouco intuitivos e ausência de identação) perderão pontos. Além disso, os **trabalhos copiados receberão nota ZERO**. Alguns alunos poderão ser escolhidos para explicar o programa desenvolvido oralmente.